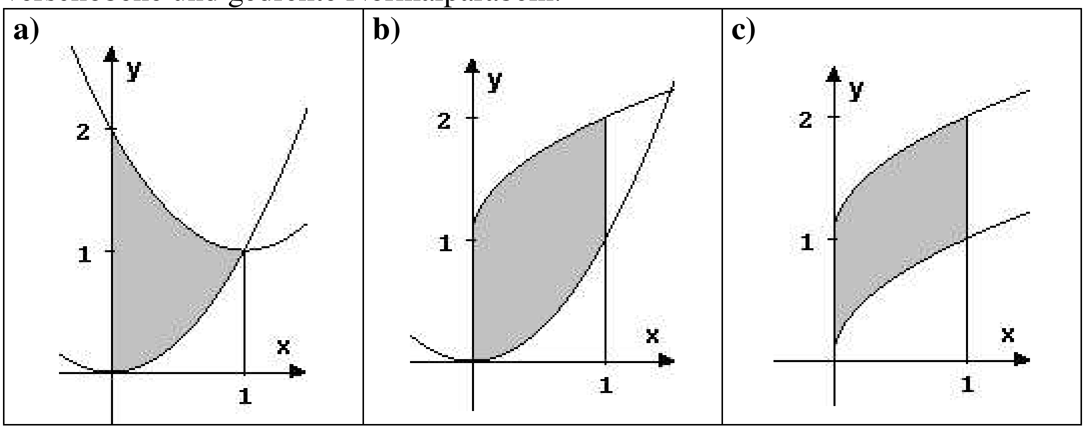
Aufgabe 1: Gegeben sei die Funktion $f(x)=x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$.

a) Zeichnen Sie die Funktion im Intervall [0 ; 2]. Verwenden Sie für die x-Achse den Maßstab 1 Einheit $\hat{=}$ 5 cm und für die y-Achse den Maßstab 1 Einheit $\hat{=}$ 2 cm.

b) Veranschaulichen Sie an dem Graphen die Untersumme $\underline{S}_5$ für das Intervall [0 ; 2]. Berechnen Sie den konkreten Wert dieser Untersumme.

c) Um wie viel unterscheidet sich die Untersumme $\underline{S}_5$ von der Obersumme $\overline{S}_5$? Begründen Sie den Wert mit Hilfe des Graphen und der eingezeichneten Untersumme.

Aufgabe 2: Für die Funktion *f* mit $f(x)=x^2$ beträgt der Flächeninhalt unter dem Graphen von *f* im Intervall [0 ; *b*]: $A_{[0;b]}=\frac{1}{3}b^3$. Verwenden Sie dieses Ergebnis, um den Inhalt der schraffierten Flächen zu berechnen.
Hinweis: Bei den abgebildeten Graphen handelt es sich ausschließlich um verschobene und gedrehte Normalparabeln.



Aufgabe 3: Fassen Sie, falls möglich, die folgenden Integrale zusammen. Verwenden Sie dafür die Integrationsregeln: Summenregel, Faktorregel, Intervalladditivität.
Hinweis: Es ist **keine** Berechnung der Integrale gefordert!

a) $\int_{-5}^{1} x^4+2x^3\,dx-2\cdot\int_{-5}^{1} x^3-x\,dx$ **b)** $\int_{-1}^{7} 2x-\sin(x)\,dx+\int_{7}^{-2} x^3dx$

c) $\int_{0}^{-5} x^3dx+\int_{-6}^{2} x^3dx-\int_{0}^{2} x^3dx$ **d)** $4\int_{-4}^{2} x+5\,dx+\int_{-4}^{5} x+5\,dx-\int_{5}^{2} 4x+20\,dx$

e) $\int_{-1}^{2} x^2\,dx-x\cdot\int_{-1}^{2} x\,dx+x^2\cdot\int_{-1}^{2} 1\,dx$

Aufgabe 4: Zeigen Sie: Die Funktion *F* ist eine Stammfunktion der Funktion *f*. Geben Sie für die Funktion *f* aus Teilaufgabe a) eine weitere Stammfunktion an.

a) $f(x)=\sin(x)\cdot\cos(x)\ ;F(x)=\frac{(\sin(x))^2}{2}$ **b)** $f(x)=\frac{1}{\sqrt{4x-1}}\ ;F(x)=\frac{\sqrt{4x-1}}{2}$

Aufgabe 5: Begründen Sie die nachfolgend gemachten Aussagen.
Hinweis: Begründen können Sie durch eine Rechnung oder eine kommentierte Skizze, in welcher der qualitative Verlauf des Graphen und der von ihm eingeschlossenen Flächen deutlich wird.

a) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x)\,dx = 2\cdot\int_{0}^{\pi}\cos(x)\,dx$ **b)** $\int_{0}^{5} x^2\,dx - \int_{5}^{0} x^2 dx - \int_{-5}^{5} x^2\,dx = 0$

c) $\int_{-2}^{3} 3x^4\,dx + 3\int_{3}^{-2} x^4\,dx = 0$ **d)** $\int_{0}^{\pi} \sin(x)\,dx = -\int_{-\pi}^{0}\sin(x)\,dx$

Aufgabe 6: Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe einer Stammfunktion.

a) $\int_{-3}^{1} 2x^2 - 5x - 3\,dx$ **b)** $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin(x)\,dx$ **c)** $6\int_{1}^{3} \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$

d) $\int_{-1}^{4} \frac{x^5 + 2x^4 - 3x}{x^3}\,dx$ **e)** $\int_{-b}^{b} \left(\frac{1}{2}x - 2\right)^2 dx$, $b \in \mathbb{R}^+$ **f)** $\int_{2}^{4} \frac{2x - \sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}\,dx$

Aufgabe 7: **a)** Gegeben sei die Funktion *f* mit $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$. Berechnen Sie den Flächeninhalt, der vollständig vom Graphen von *f* und der x-Achse eingeschlossen wird.

b) Sei g mit $g(x) = x^3 + x$. Berechnen Sie den Flächeninhalt, welcher vollständig von den Graphen der Funktionen *f* und g eingeschlossen wird.

c) Gegeben sie die Funktion $f(x) = -x^2$ und die Ursprungsgerade $g(x) = m\cdot x$, $m \in \mathbb{R}$ Welche Steigung m muss die Gerade g besitzen, damit die Graphen von *f* und g einen Flächeninhalt von $\frac{4}{3}$ vollständig einschließen?

Viel Erfolg!